



نمونه سوالات امتحانی درس (استدلال)

۱- درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- (الف) به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نشان دهد اثبات می‌گوییم. (ژنچان) درست ☒ نادرست ☐
- (ب) ارایه مثال‌های متعدد برای ایجاد اطمینان از درستی یک موضوع کفایت می‌کند. (ماژندران) درست ☐ نادرست ☒
- (پ) برای اطمینان از درستی یک موضوع، مشاهده کردن کافی است. (کگیلویه) درست ☐ نادرست ☒
- (ت) در هر مثلث محل برخورد عمود منصف‌های سه ضلع همیشه درون مثلث قرار دارد. (ژنچان) درست ☐ نادرست ☒
- (ث) محل تقاطع ارتفاع‌های هر مثلث، همواره درون (داخل) مثلث قرار دارد. (هماهنگ کشوری-صیچ) درست ☐ نادرست ☒
- (ج) استفاده از حواس پنج‌گانه برای اطمینان از درستی یک موضوع کافی است. درست ☐ نادرست ☒
- (چ) اثبات یعنی دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی برای معلوم کردن موضوعی که قبلاً مجهول بوده است. (خراسان چنوپ) **استدلال** درست ☒ نادرست ☐

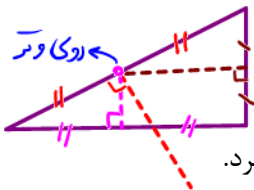
۲- جاهای خالی را با نوشتن عبارت، عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

- (الف) به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه بدهد **اثبات** می‌گوییم. (یزد)
- (ب) دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی، برای پیدا کردن مجهول، **استدلال** نامیده می‌شود. (فارس)
- (پ) به مثالی که درستی یک قضیه را باطل می‌کند **مثال نقض** می‌گوییم. (البرز)
- (ت) در هر مثلث قائم الزاویه، محل برخورد سه ارتفاع در **رأس قائمه** مثلث می‌باشد. (بیرون-درون-رأس قائمه) (ماژندران)
- (ث) محل برخورد نیمسازهای زوایای مثلث متساوی الاضلاع **داخل** است. (خارج-داخل) (کردستان)
- (ج) محل برخورد نیمسازهای هر مثلث **درون** مثلث می‌باشد.
- (چ) محل برخورد عمود منصف‌ها در مثلث با سه زاویه تند **درون** مثلث است. (بیرون-درون-رأس قائمه)

۳- برای هر یک از پرسش‌های زیر، پاسخ مناسب را انتخاب کنید.

(الف) کدام یک از موارد زیر در یک مسئله هندسی ما را به یک نتیجه درست می‌رساند؟

- (۱) مشاهده (۲) توجه به موارد گذشته (۳) ترسیم چند شکل (۴) نتیجه‌گیری بر اساس اثبات‌های قبلی

 $18^\circ < \text{زاویه باز} < 90^\circ$ 

- (ب) محل برخورد ارتفاع‌ها در مثلث با یک زاویه باز (۱) داخل مثلث (۲) روی مثلث (۳) بیرون مثلث (۴) نمی‌توان مشخص کرد.

(پ) محل برخورد عمود منصف‌ها در مثلث قائم‌الزاویه است.

- (۱) درون مثلث (۲) بیرون مثلث (۳) روی وتر (۴) نمی‌توان مشخص کرد.

(ت) در پنج روستا مشاهده کرده‌ایم تعداد گاوها از تعداد بزها بیش‌تر است. نتیجه می‌گیریم در روستای ششم

- (۱) تعداد گاوها بیش‌تر از بزها است. (۲) تعداد بزها از تعداد گاوها بیش‌تر است.

(۳) تعداد گاوها و بزها برابر است. (۴) نمی‌توان نظر داد. **نیم‌گیر براساس مشاهده قبلی، قابل اطمینان نیست و اعتبار ندارد**

۴- برای رد هر یک از عبارتهای زیر یک مثال نقض بزنید.

(الف) "اگر در یک چهارضلعی هر چهار ضلع باهم برابر باشند، آن چهارضلعی مربع است" (ایلام-خراسان رضوی)

غلط: شاید لزوماً نباشد.



ب) "مجموع دو عدد اول همواره زوج است" (قروین یا کمی تعیید)

نکته: اگر یکی از اعداد ۲ باشد، مجموع آنها همواره فرد خواهد شد.

$$2 + 2 = 4$$

$$2 + 5 = 7$$

$$2 + 31 = 33$$

۵- در هر قسمت مشخص کنید که آیا استدلال داده شده معتبر است؟

الف) چون تیم A در چهار دوره پشت سرهم قهرمان مسابقات کشتی شده پس حتما در دوره پنجم نیز قهرمان می شود.

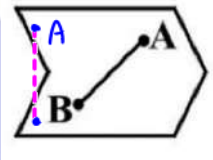
(خوستان)

خبر- شاید تیم‌ها در دوره پنجم آمادگی بیشتری داشته باشند.

ب) در زمستان هوا سرد است. در زمستان باران می آید. نتیجه می گیریم در هوای سرد باران می آید.

خبر- شاید برف ببارد یا شاید در هوا سرد پائیزی باران ببارد.

۶- می دانیم در چند ضلعی محدب با قرار دادن هر دو نقطه داخل شکل و وصل کردن آنها به هم، پارخط ایجاد شده داخل شکل قرار می گیرد. محمد با قرار دادن دو نقطه A و B در شکل زیر نتیجه گرفت شکل محدب است. آیا استدلال او صحیح است؟ چرا؟ (قروین)



خبر- چون موقعیت هر نقطه A و B درست انتخاب نشده اند (به نقاط پیش‌بینی می‌کنند)

۷- "چون من تا حالا تصادف نکرده ام در سفر آینده نیز تصادف نخواهم کرد" این استدلال مشابه کدام یک از استدلال‌های زیر است؟

(آذریاچان غریبی)

آینده

گذشته

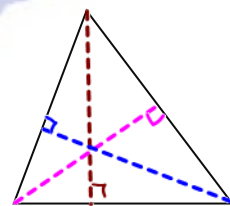
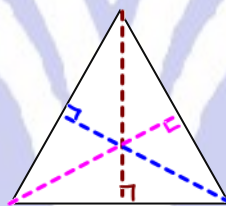
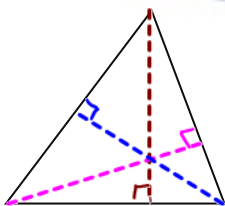
الف) همه فیلم‌های جنگی که تا کنون دیده ام جذاب بوده اند، فیلمی که دیروز دیدم نیز جذاب بود پس فیلم جنگی بوده است.

ب) چون تمام معلمان ریاضی من خوب بوده اند، پس معلم سال آینده من هم خوب خواهد بود.

پ) چون همه قرص‌های مسکن خواب آور است پس این قرص‌ها مفید هستند.

ت) همه اعداد اول فرد نیستند زیرا عدد ۲ اول است و فرد نیست.

۸- ارتفاع وارد بر هر یک از اضلاع سه مثلث زیر را رسم کنید و به سؤالات پاسخ دهید.



الف) آیا می توان نتیجه گرفت که محل برخورد هر سه ارتفاع در تمامی مثلث‌ها درون مثلث می باشد؟

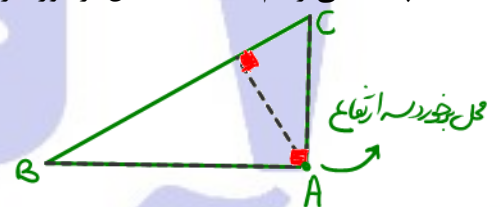
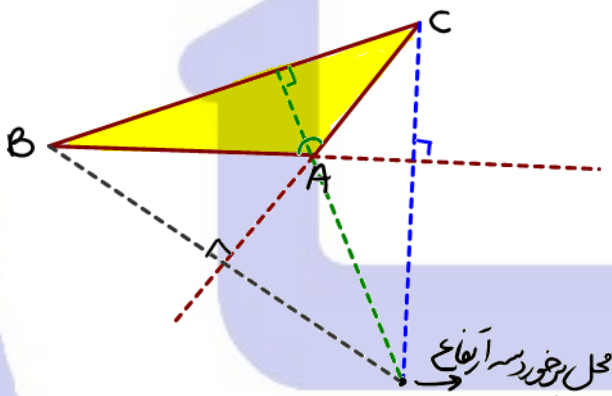
خبر

ب) مثلثی رسم کنید که محل برخورد ارتفاع‌های آن خارج مثلث باشد.

مثلث با یک زاویه باز

پ) مثلثی رسم کنید که محل برخورد ارتفاع‌های آن روی مثلث باشد.

مثلث با زاویه قائمه





یادداشت:



نمونه سوالات امتحانی درس ۲ (آشنایی با اثبات در هندسه)

۱- درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- ☒ درست ☐ نادرست
☒ درست ☐ نادرست
☒ درست ☐ نادرست
☒ درست ☐ نادرست
☒ درست ☐ نادرست
☒ درست ☐ نادرست

(الف) به اطلاعات مساله ، فرض می‌گویند. (فارس) اطلاعات یا داده

(ب) فرض مساله همان داده‌های مساله هستند. (البرز)

(پ) در یک استدلال هندسی به خواسته‌های مساله حکم مساله گفته می‌شود. (همدان)

(ت) به اطلاعات مساله، یعنی حقایقی که درستی آنها از قبل برای ما معلوم است، حکم می‌گویند. (اردبیل) فرض

(ث) هر مربع یک لوزی است. در لوزی قطرهای برابر نیستند. پس در مربع هم قطرهای برابر نیستند.

(ج) در هر مثلث، اندازه هر زاویه خارجی، برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور با آن است.

(هماهنگ کشوری-عصر)

۲- جاهای خالی را با نوشتن عبارت، عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

(الف) در روند استدلال مان، اطلاعات مساله را فرض می‌گویند. (کردستان)

(ب) به اطلاعات مسئله و حقایق و اصولی که از قبل برای ما معلوم است، فرض می‌گوییم. (فارس) فرض

(پ) در روند استدلال به خواسته مساله حکم می‌گویند. (ایلام) حکم

(ت) در اثبات مسائل هندسی ابتدا باید فرض و حکم را مشخص کرد.

(ث) اگر در یک مثلث دو زاویه نابرابر باشد، ضلع روبه رو به زاویه بزرگتر، است از، ضلع روبه رو به زاویه کوچکتر. بزرگتر

۳- برای هر یک از پرسش‌های زیر، پاسخ مناسب را انتخاب کنید.

(الف) به اطلاعات داده شده در یک مساله، می‌گوییم.

(۱) استدلال (۲) اثبات (۳) حکم (۴) فرض

(ب) در روند استدلال از اطلاعات مسئله که به آن می‌گوییم استفاده می‌کنیم. (البرز)

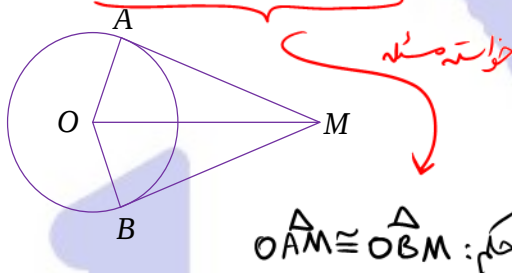
(۱) مثال نقض (۲) فرض (۳) حکم (۴) اثبات

(پ) در روند استدلال به خواسته‌ی مساله چه می‌گویند؟ (خوزستان)

(۱) حکم (۲) فرض (۳) اثبات (۴) مثال نقض

۴- از نقطه M، دو خط بر دایره مماس شده و نقطه O مرکز دایره است. می‌خواهیم ثابت کنیم: $\triangle OAM \cong \triangle OBM$

در این صورت فقط قسمت فرض مسئله را بنویسید.



فرض: O مرکز دایره است. AM و BM بر دایره مماس هستند.

$\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$
 $OA = OB = R$
 چون شعاع دایره در نقطه مماس بر خط مماس عمود است

۵- (الف) آیا استدلال زیر صحیح است؟ پاسخ خود را توضیح دهید. (قزوین)

در هر مربع، ضلع‌ها با هم برابرند. $\leftarrow$ در چهار ضلعی ABCD ضلع‌ها با هم برابر نیستند.

خیر، شاید چهار ضلعی ABCD، لوزی باشد



ب) آیا استدلال زیر صحیح است؟ پاسخ خود را توضیح دهید. (خراسان رضوی)

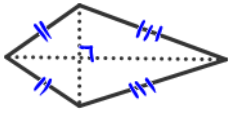
هر مربع یک متوازی الاضلاع است
چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.

خیر، شاید مستطیل یا لوز باشد.

پ) آیا استدلال زیر معتبر است؟ (کردستان)

در هر مربع قطرهای باهم برابر و بر هم عمودند.
در چهارضلعی ABCD قطرهای باهم برابر و بر هم عمودند.

خیر، شاید کایت باشد.



ت) آیا استدلال زیر صحیح است؟ پاسخ خود را توضیح دهید. (قم)

(۱) در هر مثلث متساوی الساقین، دو زاویه برابر هستند.
(۲) در هر مثلث متساوی الاضلاع سه زاویه برابرند.

هر مثلث متساوی الساقین، یک مثلث متساوی الاضلاع است.

خیر، چون هر مثلث متساوی الساقین، متساوی الاضلاع نیست.

ث) آیا استدلال زیر معتبر است؟ چرا؟ (خوزستان)

"اگر زاویه های یک چهارضلعی همه قائمه باشند، آن چهارضلعی حتما مربع است"

خیر، شاید چهارضلعی، مستطیل باشد.

۶- از عبارت زیر چه نتیجه ای می گیرید؟ (خراسان شمالی)

"مربع نوعی مستطیل است. هر مستطیل یک متوازی الاضلاع است"

هر مربع، متوازی الاضلاع است.

۷- در هر یک از سوالات فرض و حکم را مشخص کنید. (با رسم شکل مناسب)

الف) نشان دهید مجموع زاویه های داخلی هر مثلث، 180° می باشد.

فرض: ABC ، مثلث است.

حکم: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

ب) نشان دهید هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است.

فرض: نقطه M روی عمود پاره خط AB است.

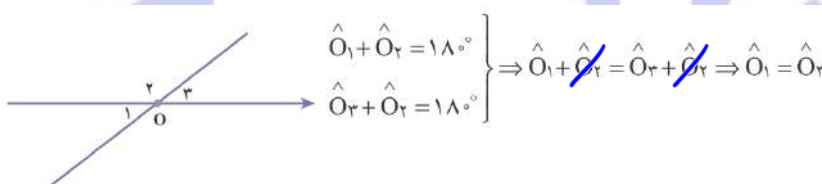
حکم: $AM = BM$

پ) "در هر مستطیل قطرهای باهم برابرند" (کرمان)

فرض: $ABCD$ مستطیل است.

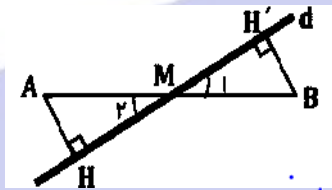
حکم: $AC = BD$

۸- الف) با توجه به استدلالی که در زیر آمده است، جریان استدلال مربوط به کدام گزینه است؟ (گلستان)



۱) ☒ زاویه های متقابل به راس با هم مساوی اند.

۲) ☐ زاویه های متقابل به راس با هم مکمل اند.



۹- برای مسئله زیر فقط فرض و حکم را بنویسید. (قم)

"فرض می کنیم نقطه M وسط پاره خط AB باشد.

ثابت کنید: دو نقطه A و B از خط d به یک فاصله اند."

فرض $\hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ$ ، M وسط پاره خط AB است
 $AH = BH'$

۱۰- برای مسئله زیر فقط فرض و حکم را بنویسید. (اردبیل-کهگیلویه)

"اگر دو زاویه از دو مثلث نظیر به نظیر با هم برابر باشند، زاویه سوم آنها با هم برابر است."

فرض $\hat{B} = \hat{F}$ و $\hat{C} = \hat{E}$
 حکم $\hat{A} = \hat{D}$

یادداشت:



نمونه سوالات امتحانی درس ۳ (هم نهشتی مثلث ها)

حالت های هم نهشتی برای مثلث ها:
(۱) من من من (۲) من من من (۳) من من من

۱- درستی یا نادرستی جمله های زیر را مشخص کنید.

(الف) دو مثلث هم نهشت را می توان کاملاً بر روی هم منطبق کرد.

(ب) هر یک از قطرهای متوازی الاضلاع، آن را به دو مثلث هم نهشت تقسیم می کنند.

(پ) دو مثلث با سه زاویه برابر هم نهشت هستند.

(ت) در هر مستطیل دو قطر با هم برابر هستند. (من من من)

(ث) اگر سه ضلع از مثلث با سه ضلع از مثلث دیگری متناسب باشند آن دو مثلث هم نهشت هستند. (برابر)

(ج) در دو مثلث قائم الزاویه اگر وترها برابر باشند دو مثلث هم نهشت اند. (من من من)

(چ) اگر دو زاویه و ضلع بین از مثلثی با دو زاویه و ضلع بین از مثلث دیگر برابر باشند آن دو مثلث هم نهشت هستند. (من من من)



درست ☒ نادرست ☐

درست ☒ نادرست ☐

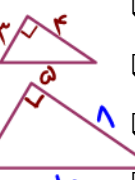
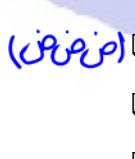
درست ☐ نادرست ☒

درست ☒ نادرست ☐

درست ☐ نادرست ☒

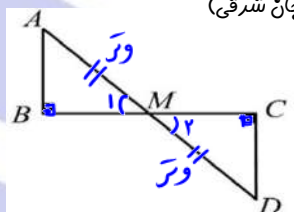
درست ☐ نادرست ☒

درست ☒ نادرست ☐



۲- در شکل مقابل M وسط پاره خط AD می باشد. چرا دو مثلث MAB و MCD هم نهشت هستند؟

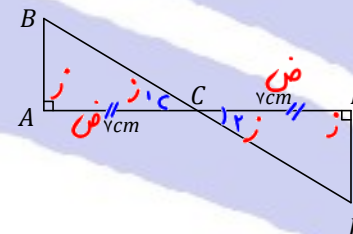
دلیل برابری زاویه های A و D را بنویسید. (نوشتن فرض و حکم الزامی است) (شهرستانهای تهران - آذربایجان شرقی)



$AM = MD$ (فرض)
 $\Delta MAB \cong \Delta MCD$ (حکم)

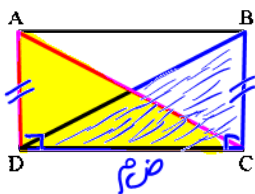
$\hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$
 $AM = MD$ وتر
 $\hat{A}_1 = \hat{D}_1$ (مقابل به راس)
 $\Rightarrow \Delta MAB \cong \Delta MCD$ (وز)
نتیجه ای اجزای متناظر:
 $\hat{A} = \hat{D}$
 $BM = CM$
 $AB = CD$

۳- با توجه به شکل ثابت کنید دو مثلث هم نهشت هستند. (هرمزگان)



$\hat{A} = \hat{E} = 90^\circ$
 $AC = EC$ (فرض)
 $\hat{B} = \hat{D}$ (مقابل به راس)
 $\Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta EDC$ (وز)

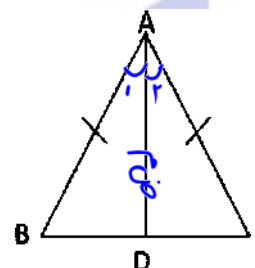
۴- ثابت کنید، در هر مستطیل قطرها برابر هستند. (زنجان)



$AD = BC$ (فرض)
 $\hat{D} = \hat{C} = 90^\circ$
 $DC = DC$ (ضلع مشترک)
 $\Rightarrow \Delta ADC \cong \Delta BDC$ (ض من من من)
 $\Rightarrow AC = BD$

۵- مثلث ABC متساوی الساقین است و پاره خط AD نیمساز زاویه A (نیمساز وارد بر قاعده) است،

ثابت کنید دو مثلث ΔACD و ΔABD هم نهشت هستند. (حالت هم نهشتی نوشته شود) (تهران)

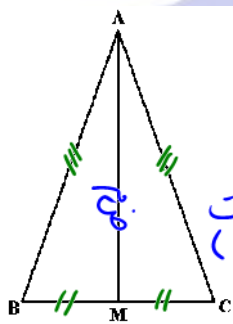


AD نیمساز $\hat{A}$ است
 $AB = AC$ (فرض)
 $\Delta ACD \cong \Delta ABD$ (حکم)

$AC = AB$ (فرض)
 $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (فرض)
 $AD = AD$ (ضلع مشترک)
 $\Rightarrow \Delta ABD \cong \Delta ACD$ (ض من من من)

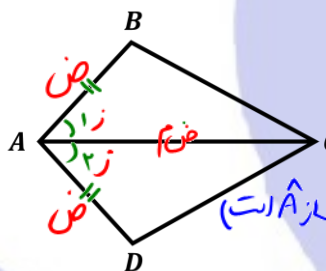


۶- در مثلث متساوی الساقین زیر، میانه AM را رسم کردیم، ثابت کنید AM نیمساز زاویه A است



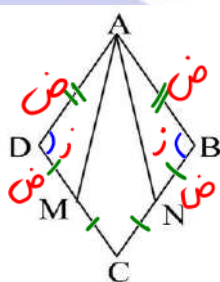
حالت همنهشتی دو مثلث AMB و AMC را بنویسید. (قم - کستان)
 فرض: $AB = AC$ (طبق فرض)
 حکم: AM میانه است $\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C}$
 $\Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \Rightarrow AM$ نیمساز است
 (ضمیمه) $AM = AM$ (ضلع مشترک)
 $\Rightarrow \triangle ABM \cong \triangle ACM \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \Rightarrow AM$ نیمساز است

۷- در شکل مقابل پاره خط $\overline{AC}$ ، نیمساز زاویه A است و اضلاع $\overline{AB}$ و $\overline{AD}$ برابرند. (کردستان)



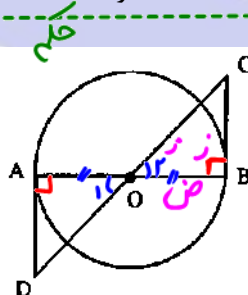
ثابت کنید: دو مثلث ABC و ADC همنهشت اند.
 فرض: $AB = AD$
 حکم: AC نیمساز $\widehat{A}$ است $\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{D}$
 $\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (ض. ض. ض.)
 (ضمیمه) $AC = AC$

۸- در شکل مقابل ABCD لوزی است و M و N وسطهای اضلاع CD و CB هستند.



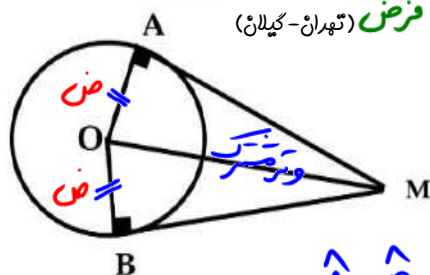
دلیل همنهشتی دو مثلث ADM و ABN را با ذکر حالت بیان کنید. (تهران)
 فرض: $ABCD$ لوزی است
 حکم: $AM = DN$
 $\Rightarrow \triangle ADM \cong \triangle ABN$ (ض. ض. ض.)
 (ضمیمه) $DM = BN$
 (ضمیمه) $\widehat{B} = \widehat{D}$ (زاویه برابر لوزی)
 (ضمیمه) $AB = AD$ (ضلع‌های لوزی برابرند)

۹- در شکل مقابل O مرکز دایره است و BC بر AD دایره مماس است. دلیل هم نهشتی دو مثلث $\triangle OAD$ و $\triangle OBC$ را بنویسید و نشان دهید: $AD = BC$ (یزد - قزوین - مازندران)



جای خالی را کامل کنید. $AD = \dots$
 نکته: شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.
 فرض: $AD = BC$
 حکم: $\triangle OAD \cong \triangle OBC$
 $\Rightarrow AD = BC$
 (رض. ز.) $\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$
 $OA = OB = R$
 $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$ (مقابل به مقابل)

۱۰- از نقطه M خارج از دایره، دو مماس MA و MB را بر دایره رسم می کنیم نقطه O مرکز دایره است.



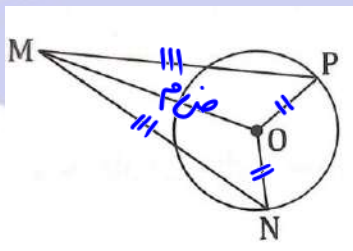
دلیل همنهشتی دو مثلث را بنویسید، سپس ثابت کنید: $\overline{AM} = \overline{BM}$ (تهران - کیلان)
 (این سوال به این صورت هم طرح می شود):
 ثابت کنید: "طول دو مماسی که از نقطه M بر دایره رسم می شود با هم برابر می باشند."
 فرض: AM و BM بر دایره مماس هستند، O مرکز دایره است
 حکم: $\triangle OAM \cong \triangle OBM$ ، $\overline{AM} = \overline{BM}$

$\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$
 $OA = OB = R$
 OM - وتر مشترک
 $\Rightarrow \triangle OAM \cong \triangle OBM \Rightarrow \overline{AM} = \overline{BM}$
 (ض. ض. ض.)



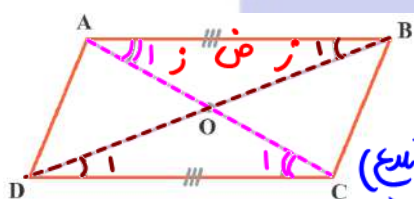
۱۱- اگر $\overline{MN} = \overline{MP}$ باشند، نشان دهید دو مثلث MOP و MON هم نهشت هستند. (حالت هم نهشتی را بنویسید).

(خراسان شمالی)



$$\left. \begin{array}{l} OP = ON = R \\ MN = MP \text{ (طبق فرض)} \\ OM = ON \text{ (ضلع مشترک)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OMN \cong \triangle OMP$$

(ضلع ضلع)



۱۲- ثابت کنید قطرهای هر متوازی الاضلاع یکدیگر را نصف می کنند.

فرض متوازی الاضلاع ABCD

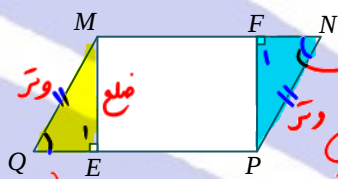
یا $OA = OC, OB = OD$ یا قطرها همدیگر را نصف می کنند

$$\left. \begin{array}{l} AB = CD \text{ (ضلع های برابر در متوازی الاضلاع)} \\ AB \parallel CD \Rightarrow \hat{A} = \hat{C} \text{ (موجب)} \\ AB \parallel CD \Rightarrow \hat{B} = \hat{D} \text{ (موجب)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OCD \Rightarrow \begin{cases} OA = OC \\ OB = OD \end{cases}$$

(رض)

۱۳- در شکل زیر چهار ضلعی MNPQ متوازی الاضلاع است. ثابت کنید دو مثلث MEQ و NFP هم نهشت هستند.

(شهرستانهای تهران)



$$\left. \begin{array}{l} \hat{F}_1 = \hat{E}_1 = 90^\circ \\ MQ = NP \text{ (ضلع های برابر)} \\ \hat{N} = \hat{Q} \text{ (زاویه های برابر)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MEQ \cong \triangle NFP$$

و زاویه ها برابرند

یادداشت:

نکته: در هر متوازی الاضلاع: $\left. \begin{array}{l} \text{ضلع های برابر و موازی هستند.} \\ \text{زاویه های برابر و مساوی هستند.} \end{array} \right\}$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{F}_1 = \hat{E}_1 = 90^\circ \\ MQ = NP \text{ (ضلع های برابر هستند)} \\ ME = EP \text{ (ارتفاع های برابر هستند)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MEQ \cong \triangle NFP$$

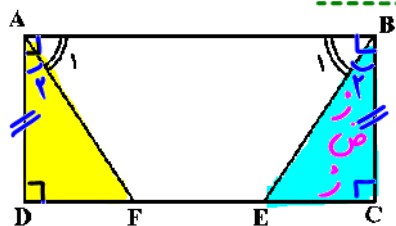
و زاویه های برابرند





نمونه سوالات امتحانی درس ۴ (حل مسئله در هندسه)

۱- در مستطیل ABCD پارخه‌های BE و AF طوری رسم شده که دو زاویه A_1 و B_1 برابرند.



فرض

ثابت کنید BE و AF مساوی اند. (هماهنگ مدارس خارج کشور - مرکزی)

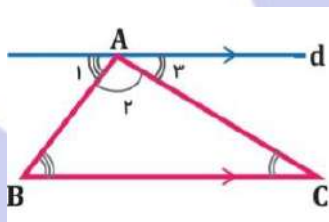
فرض
حکم $ABCD$ مستطیل است

$$AF = BE$$

استدلال منطقی روشنت ADF و BEC را بنویسیم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ \\ AD = BC \text{ (چون در مستطیل ضلع‌ها مقابل بهم برابرند)} \\ \hat{A}_1 = \hat{B}_1 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ADF \cong \triangle BEC \Rightarrow AF = BE$$

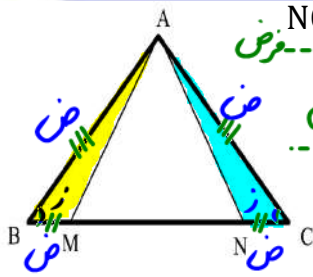
۲- با توجه به شکل ثابت کنید: "مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° درجه است" (خراسان شمالی)



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 180^\circ \\ \hat{A}_1 = \hat{B} \text{ چون } d \parallel BC \text{ و } AB \text{ مورب است} \\ \hat{A}_3 = \hat{C} \text{ چون } d \parallel BC \text{ و } AC \text{ مورب است} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} + \hat{A}_2 + \hat{C} = 180^\circ$$

یعنی مجموع زاویه‌های مثلث ABC مساوی 180° است.

۳- مثلث ABC متساوی الساقین است و M و N طوری روی قاعده BC قرار دارند که $NC = BM$.



فرض

نشان دهید که مثلث AMN متساوی الساقین است. (خراسان جنوبی - اردبیل)

فرض

 ABC متساوی الساقین است

فرض

 AMN متساوی الساقین است

$$AB = AC \text{ (ساق‌ها برابر)}$$

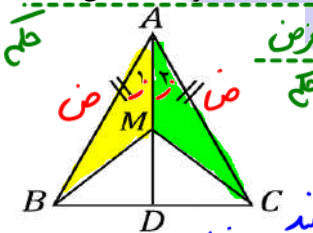
$$\hat{B} = \hat{C} \text{ (زاویه‌ها برابرند)}$$

$$BM = CN \text{ (طبق فرض)}$$

$$\Rightarrow \triangle ABM \cong \triangle ACN \Rightarrow \underline{AM = AN}$$

یعنی AMN متساوی الساقین است (فرض)

۴- در شکل زیر نقطه M روی نیمساز AD قرار دارد. ثابت کنید فاصله نقطه M از دو سر قاعده مثلث متساوی الساقین ABC برابر است. (آذربایجان غربی)



فرض

 ABC متساوی الساقین است

فرض

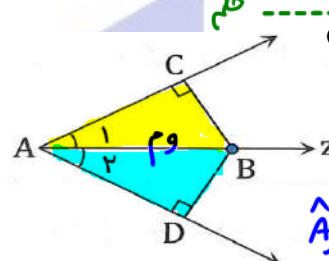
 $BM = CM$ یا فاصله نقطه M از دو سر قاعده برابر است

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (از آنجا که } AD \text{ نیمساز } \hat{A} \text{ است)} \\ AB = AC \text{ (چون ساق‌های } ABC \text{ هستند)} \\ AM = AM \text{ (ضلع مشترک)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABM \cong \triangle ACM \Rightarrow BM = CM$$

(طبق فرض)

(فرض)

۵- در شکل مقابل، AZ نیمساز زاویه A است. با نوشتن فرض و حکم مساله ثابت کنید: $BC = BD$.



فرض

(این سوال به این صورت هم طرح می شود: (قزوین - سمنان - خوزستان - چهارمحال)

با توجه به شکل ثابت کنید: "هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه باشد، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است"

$$\left. \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ \text{ (طبق شکل)} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (از آنجا که } AZ \text{ نیمساز } \hat{A} \text{ است)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle ABD \Rightarrow BC = BD$$

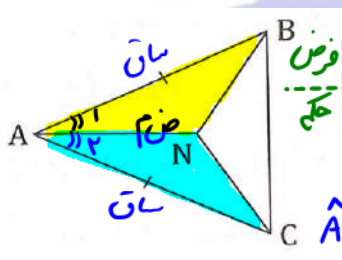
$$BC = BD$$

$$\hat{D} = \hat{C} = 90^\circ$$

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ چون } AZ \text{ نیمساز } \hat{A}$$

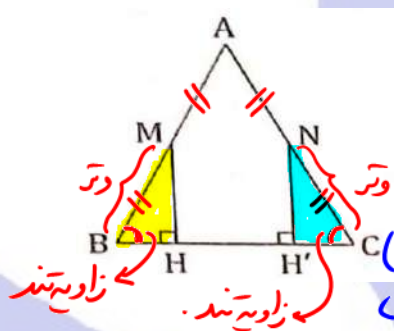
$$\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle ABD \Rightarrow BC = BD$$

(وز) و (وز) زاویه‌ها برابرند



۶- مثلث ABC متساوی الساقین و $\overline{AN}$ نیمساز زاویه A است.
الف) دلیل تساوی $\overline{NB} = \overline{NC}$ را بنویسید. (قرین)
ب) ثابت کنید که مثلث BNC متساوی الساقین است. (خراسان جنوبی)

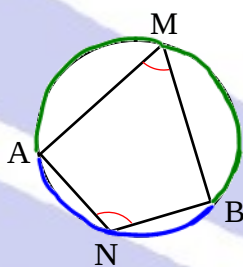
فرض: $AB = AC$ (ساختمان)
ز: $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ چون AN نیمساز $\hat{A}$ است
فرض: ضلع مشترک AN
 $\Rightarrow \triangle ANB \cong \triangle ANC \Rightarrow \overline{BN} = \overline{CN}$
یعنی مثلث BNC متساوی الساقین است (فرض)



۷- مثلث ABC متساوی الساقین است و نقطه های M و N وسط دو ساق هستند.

ثابت کنید: $\overline{BH} = \overline{CH}$ (اصفهان)

فرض: $\hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ$
فرض: $AB = AC \Rightarrow BM = CN$ (میان خط وسط)
فرض: $\hat{B} = \hat{C}$ چون ABC متساوی الساقین است
 $\Rightarrow \triangle BMH \cong \triangle CNH' \Rightarrow BH = CH'$ (وزن)

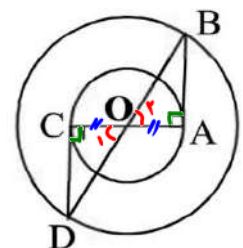


۸- در شکل مقابل ثابت کنید: $\hat{M} + \hat{N} = 180^\circ$

نکته: اندازه زاویه محاطی، نصف کمان مقابل به آن است.

محاطی $\hat{M} = \frac{\widehat{ANB}}{2}$
محاطی $\hat{N} = \frac{\widehat{AMB}}{2}$
 $\Rightarrow \hat{M} + \hat{N} = \frac{\widehat{ANB}}{2} + \frac{\widehat{AMB}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$

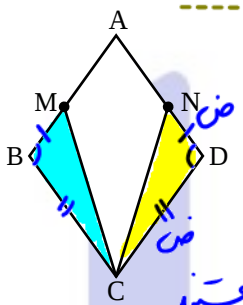
نکته: در چهارضلعی محاطی، زاویه های روبرو هم، مکمل هستند.
 $\hat{A} + \hat{B} = \hat{M} + \hat{N} = 180^\circ$



۹- در شکل مقابل AB و CD بر دایره مماس هستند. ثابت کنید. $\overline{CD} = \overline{AB}$ (ایران)

فرض: $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$ (شعاع دایره)
فرض: $OA = OC = R$
فرض: $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ (مقابل به راس)
 $\Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OCD \Rightarrow AB = CD$ (ض. ز)

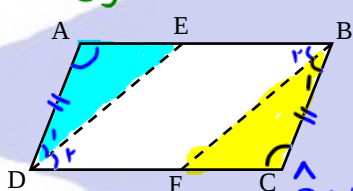
۱۰- در شکل مقابل چهارضلعی $ABCD$ لوزی می باشد. اگر $BM = DN$ باشد، نشان دهید $CM = CN$



فرض: $BM = DN$ (طبق فرض)
فرض: $\hat{B} = \hat{D}$ (در لوزی زاویه های روبرو برابر هستند)
فرض: $BC = CD$ (در لوزی تمام اضلاع برابر هستند)
 $\Rightarrow \triangle BMC \cong \triangle DNC \Rightarrow CM = CN$ (ض. ز)



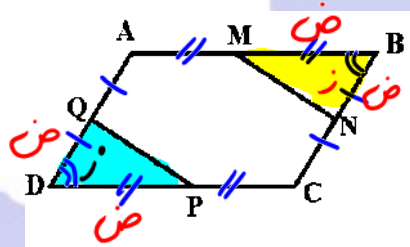
۱۱- در متوازی الاضلاع ABCD نیم‌سازهای دو زاویه B و D اضلاع DC و AB را در نقاط F و E قطع نموده‌اند. فرض



نشان دهید $AE = FC$ DE و BF نیم‌ساز و متوازی الاضلاع است. فرض حل

$$\begin{aligned} & \text{فرض: } \angle BDE = \angle FBD \text{ و } \angle BFD = \angle FDB \\ & \text{حل: } \angle B = \angle D \text{ (در متوازی الاضلاع)} \\ & \angle BDE = \angle FBD \text{ (فرض)} \\ & \angle BFD = \angle FDB \text{ (فرض)} \\ & \angle ADE = \angle BCF \text{ (مضامین)} \\ & \angle DAE = \angle BCF \text{ (مضامین)} \\ & AD = BC \text{ (ضلع متوازی الاضلاع)} \\ & \Rightarrow \triangle ADE \cong \triangle BCF \text{ (زاویه-ضلع-زاویه)} \\ & \Rightarrow AE = FC \text{ (ضلع‌های متناهی)} \end{aligned}$$

۱۲- در شکل مقابل ABCD متوازی الاضلاع است و M و N و P و Q وسط‌های اضلاع

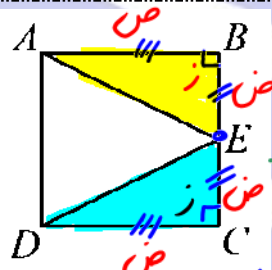


متوازی الاضلاع است. ثابت کنید: $MN = PQ$ (حالت همنشتی را بنویسید)

فرض: متوازی الاضلاع ABCD و وسط‌های M, N, P, Q حل $MN = PQ$

$$\begin{aligned} & \text{فرض: } BM = DP \text{ چون M و P وسط‌های AB و DC هستند} \\ & \angle B = \angle D \text{ (در متوازی الاضلاع)} \\ & \angle MBN = \angle PDQ \text{ (مضامین)} \\ & \Rightarrow \triangle BMN \cong \triangle DPQ \text{ (زاویه-ضلع-زاویه)} \\ & \Rightarrow MN = PQ \text{ (ضلع‌های متناهی)} \end{aligned}$$

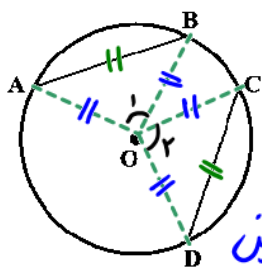
۱۳- در مربع مقابل نقطه‌ای E وسط ضلع BC است. ثابت کنید: $AE = DE$ (یزد-آذربایجان غربی)



فرض: ثابت کنید: $AE = DE$ E نقطه وسط ضلع BC و مربع است. فرض حل $AE = DE$

$$\begin{aligned} & \text{فرض: } AB = DC \text{ چون ضلع‌های مربع هستند} \\ & \angle B = \angle C = 90^\circ \text{ (در مربع)} \\ & BE = EC \text{ چون E وسط BC است} \\ & \Rightarrow \triangle ABE \cong \triangle DCE \text{ (ضلع-زاویه-ضلع)} \\ & \Rightarrow AE = DE \text{ (ضلع‌های متناهی)} \end{aligned}$$

۱۴- در شکل زیر وترهای AB و CD با هم مساوی‌اند. نشان دهید کمان‌های AB و CD مساوی‌اند. ابتدا از نقطه O به دو سرهای ضلع وصل کنید



فرض: $AB = CD$ و مرکز دایره است O. فرض حل $\widehat{AB} = \widehat{CD}$

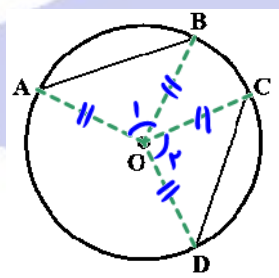
$$\begin{aligned} & \text{فرض: } AB = CD \text{ طبق فرض} \\ & OA = OB = R \text{ (شعاع دایره)} \\ & OC = OD = R \text{ (شعاع دایره)} \\ & \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OCD \text{ (ضلع-ضلع-ضلع)} \\ & \Rightarrow \angle AOB = \angle COD \text{ (زاویه مرکزی)} \\ & \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD} \end{aligned}$$

نکته: هر زاویه مرکزی با کمان مقابل به آن برابر است.



سینه

۱۵- در شکل زیر کمان‌های AB و CD با هم مساوی‌اند. نشان دهید وترهای AB و CD مساوی‌اند. ابتدا از نقطه O به دو سرهای خطوط

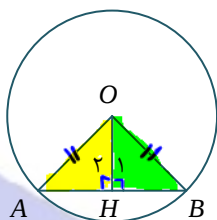


فرض $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ و مرکز دایره است. $\widehat{AB} = \widehat{CD} \Rightarrow \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$
فرض $\widehat{AB} = \widehat{CD}$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{AB} = \widehat{CD} \Rightarrow \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 \\ OA = OD = R \\ OB = OC = R \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OCD \Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$$

ض. ض.

۱۶- از مرکز دایره مقابل بر وتر دلخواه AB عمود کرده‌ایم. ثابت کنید وتر AB نصف شده است یعنی $\overline{AH} = \overline{HB}$ (مرکزی)



فرض $OH \perp AB$ و مرکز دایره است. $OH \perp AB$ و $AH = BH$
فرض $AH = BH$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = 90^\circ \text{ زاویه قائمه} \\ \text{ضلع مشترک } OH = \text{ضلع مشترک} \\ \text{وتر } OA = OB = R \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAH \cong \triangle OBH \Rightarrow AH = BH$$

(وض.) یادداشت:



نمونه سوالات امتحانی درس ۵ (شکل‌های متشابه)

۱- درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

☒ درست ☐ نادرست

☐ درست ☒ نادرست

☐ درست ☒ نادرست

☒ درست ☐ نادرست

☒ درست ☐ نادرست

☐ درست ☒ نادرست

☐ درست ☒ نادرست

☒ درست ☐ نادرست



(الف) هر دو شکل متشابه همیشه همنهشت‌اند. (البرز)

(ب) در شکل‌های متشابه زاویه‌های متناظر همواره برابراند. (قزوین-خراسان شمالی)

(پ) هر دو مربع دلخواه متشابه‌اند. (شهرستانهای تهران)

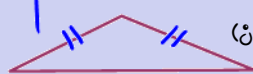
(ت) هر دو مستطیل دلخواه متشابه‌اند. (پوشهر-خراسان رضوی)

(ث) هر دو لوزی دلخواه همواره متشابه‌اند. (لرستان) اگر زاویه برابر داشته باشند

(ج) شرط تشابه دو لوزی این است که زاویه‌های متناظر با هم برابر باشند. (اصفهان)

(چ) هر دو مثلث متساوی الاضلاع همواره متشابه‌اند. (گیلان) سه ضلعی منظم

(ح) هر دو مثلث متساوی الساقین با هم متشابه‌اند. (زنجان)



۲- جاهای خالی را با نوشتن عبارت، عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

(الف) به نسبت دو ضلع متناظر در دو شکل متشابه، نسبت متشابه می‌گویم. (آذربایجان شرقی)

(ب) نسبت تشابه در دو شکل هم نهشت برابر می باشد. (گیلان)

(پ) هر گاه در دو چند ضلعی، همه ضلع‌ها به یک نسبت تغییر کرده باشند و اندازه زاویه‌ها تغییر نکرده باشند، آن دو چند ضلعی باهم متشابه هستند. (گلستان)

(ت) در دو شکل متشابه زاویه‌های متناظر باهم برابر هستند. (فارس)

(ث) در دو مثلث متشابه با ضلع‌های (۳ و ۴ و ۵) و (۶ و ۸ و ۱۰) نسبت تشابه برابر $\frac{۳}{۶}$ یا $\frac{۴}{۸}$ است. (مرکزی)

(ج) هر دو مربع دلخواه همواره متشابه هستند. (خراسان جنوبی)

(چ) اگر زاویه بین دو خط در نقشه ۵۴ درجه باشد زاویه بین خط‌های متناظر آنها در طبیعت برابر درجه است. (شهرستانهای تهران)

(ح) در یک نقشه مقیاس $\frac{۱}{۱۰۰۰۰}$ است. اگر فاصله دو نقطه روی نقشه ۵ سانتی متر باشد فاصله واقعی این دو نقطه ۵۰۰ متر است. (همدان)

$$\frac{۵ \text{ cm}}{۱۰۰۰۰} = ۵۰۰ \text{ m} \quad \text{یا} \quad \frac{۵ \text{ cm}}{۱۰۰۰۰} = ۵ \text{ m} \quad \text{یا} \quad \frac{۵ \text{ cm}}{۱۰۰۰۰} = ۵ \text{ m}$$

۳- برای هر یک از پرسش‌های زیر، پاسخ مناسب را انتخاب کنید.

(الف) کدام گزینه در مورد تشابه دو شکل متشابه صحیح نیست؟

(۲) تعداد اضلاع برابراند. ص

(۱) اضلاع متناظر متناسب‌اند. ص

(۴) زاوایای متناظر متناسب‌اند. ع

(۳) زاوایای متناظر برابراند. ص

(ب) کدام عبارت درست است؟ (کرمانشاه)

(۱) مربع و لوزی با ضلع‌های مساوی متشابه‌اند. ع

(۲) دو مستطیل در هر حال متشابه‌اند. ع

(۳) دو لوزی در هر حال متشابه‌اند. ع

(۴) دو مثلث متساوی الاضلاع در هر حال متشابه‌اند. ع

سه ضلعی منظم

(پ) کدام دو شکل دلخواه همواره باهم متشابه‌اند؟ (کوکیلویه)

(۲) مستطیل

(۳) مربع ✓

(۴) دوزنقه

(۱) لوزی

نسبت عرض‌ها = نسبت طول‌ها

باید زاویه برابر داشته باشند



ت) کدام شکل ها همواره متشابه هستند؟ (ارزیان)

- (۱) مستطیل ها (۲) لوزی ها (۳) مثلث ها (۴) ۵ ضلعی ها منتظم

ث) دو مستطیل متشابه اند و نسبت تشابه آنها $\frac{3}{7}$ می باشد. اگر طول مستطیل بزرگتر ۲۱ واحد باشد طول مستطیل کوچکتر چقدر است؟ (کدرستان)

- ۴۹ (۱) ۱۴ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴)

ج) اگر نسبت تشابه دو لوزی $\frac{2}{3}$ باشد. در صورتی که ضلع بزرگ لوزی ۱۵ cm باشد. اندازه ضلع کوچکتر کدام است؟

(آذربایجان غربی)

- ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳/۵ (۳) ۲۲/۵ (۴) $\frac{2}{3} = \frac{x}{15}$

چ) هرگاه در دو چند ضلعی ... به یک نسبت تغییر کرده باشد و اندازه زاویه ها تغییر نکرده باشد دو چند ضلعی را متشابه می نامند.

- (۱) ضلع ها، زاویه ها (۲) زاویه ها، ضلع ها (۳) ضلع ها، ضلع ها (۴) زاویه ها، زاویه ها

ح) دو مثلث قائم الزاویه هستند و نسبت تشابه آنها $\frac{3}{5}$ می باشد. اگر وتر مثلث بزرگتر ۱۵ باشد وتر مثلث کوچکتر چقدر است؟

(اصفهان)

- ۶ (۱) ۱۸ (۲) ۹ (۳) ۲۵ (۴) $\frac{3}{5} = \frac{x}{15}$

خ) مثلثی با اضلاع ۳ و ۴ و ۵، با مثلثی با اضلاع $\frac{4}{5}$ و $\frac{3}{5}$ و $\frac{7}{5}$ متشابه است. (اضلاع از کوچک به بزرگ مرتب شده اند) محیط

مثلث بزرگتر کدام است؟ (زنجان) $\frac{4}{a} = \frac{3}{\frac{4}{5}} \Rightarrow a = \frac{4 \times \frac{4}{5}}{3} = \frac{16}{15}$

- ۴۵ (۱) ۱۸/۵ (۲) ۱۸ (۳) ۱۷/۵ (۴)

د) در یک نقشه مقیاس ۱ به ۲۰۰ می باشد. فاصله دو نقطه روی نقشه ۳ سانتیمتر است. فاصله این دو نقطه در اندازه واقعی

چند سانتیمتر است؟ (اصفهان)

- ۶۰۰ (۱) ۶۰۰۰ (۲) ۳۰ (۳) ۳۰۰ (۴)

۴- سامان و سحر، دو قلو هستند و هر دور در کلاس نهم تحصیل می کنند. آنها به همراه والدین خود به بازار فرش رفته

بودند، این گفت و گو بین آنها شکل گرفت:

سامان گفت که: فرش ۶ متری (۲×۳) با فرش ۱۲ متری (۳×۴) متشابه

است، چون هر دو مستطیل هستند و نسبت تشابه آنها، دو است. اما سحر

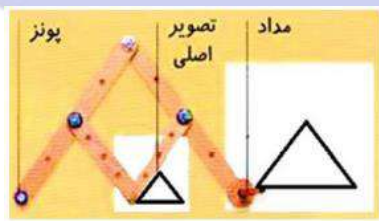
مخالف بود. شما با کدامیک موافق هستید و چرا؟ (هماهنگ کشوری-عصر)

متشابه نیستند و نظر سحر صحیح است.

$$\frac{2}{3} \neq \frac{3}{4}$$



۵- پدربزرگ حمید، مهندس ساختمان است. حمید با اجازه پدربزرگش یکی از وسایل قدیمی او به نام پانتوگراف که ابزاری برای بزرگنمایی نقشه با چند کاربرد دیگر است، را برداشت و به کمک آن طرح یک مثلث را روی برگه رسم کرد. پدربزرگ حمید با اندازه گیری طول اضلاع هر دو مثلث، سؤال زیر را برای حمید مطرح کرد. به سؤال پدربزرگ حمید پاسخ دهید.



- مثلث کوچک با مثلث بزرگ متشابه است. (هماهنگ کشوری-صحیح)
- اضلاع مثلث کوچک ۸، ۱۳ و ۱۶ و اضلاع متناظر در مثلث بزرگ به ترتیب ۷، ۱۲ و ۱۴ است.

الف) با نوشتن یک رابطه تناسب بین اندازه های اضلاع دو مثلث، مقدار x را به دست آورید.

$$\frac{8}{14} = \frac{13}{x} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = 12$$

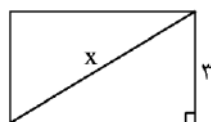
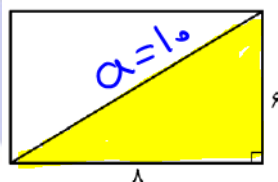
ب) نسبت تشابه دو مثلث چقدر است؟

$$\frac{14}{8} = \frac{7}{4} \quad \frac{13}{12} = \frac{1}{1}$$

۶- می خواهیم عکس مستطیل شکلی را که از دوران مدرسه به یادگار داریم. در ابعاد بزرگتر چاپ کنیم این عکس دارای طول ۱۶ سانتیمتر و عرض ۱۰ سانتیمتر است اگر عکس جدید با عکس قبلی متشابه باشد و طول آن ۲۴ سانتیمتر باشد اندازه عرض تصویر جدید چند سانتیمتر است. (خراسان رضوی)

$$\frac{16}{24} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = 15$$

۷- دو مستطیل زیر متشابه هستند. طول x را به دست آورید.



$$\frac{8}{5} = \frac{6}{3} \Rightarrow x = 10$$

$$a^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \Rightarrow a = \sqrt{100} = 10$$

۸- الف) مثلث ABC به ضلع های ۴ و ۵ و ۸ به ترتیب با مثلث DEF به ضلع های ۱ و $x-1$ و ۱۰ و $x+7$ باهم متشابه اند. مقدار x را حساب کنید. (کرمان)

$$\frac{4}{1} = \frac{5}{x-1} = \frac{8}{x+7} \Rightarrow x = 9$$

$$\frac{4}{x-1} = \frac{5}{10} \Rightarrow x-1 = 8 \Rightarrow x = 9$$

ب) مثلث ABC به ضلع های ۳ و ۴ و ۶ با مثلث DEF به ضلع های ۱ و $x-1$ و ۸ و $x+5$ باهم متشابه اند مقدار x را پیدا کنید. (اندازه اضلاع مثلث از کوچک به بزرگ نوشته شده است) (پژد)

$$\frac{3}{1} = \frac{4}{x-1} = \frac{6}{x+5} \Rightarrow x = 7$$



۹- الف) مستطیلی به ابعاد ۷ و ۴/۵ با مستطیل دیگری که طول و عرض آن به ترتیب ۱-۳x و ۹ می باشد، متشابه است مقدار

x را به دست آورید. (لرستان)

$$\frac{7}{3x-1} = \frac{4.5}{9} \quad \times 2 \quad \Rightarrow \quad 3x-1 = 14 \Rightarrow 3x = 14+1 = 15 \Rightarrow x = 5$$

ب) مستطیلی به طول ۱۰ و عرض x با مستطیل دیگری به طول ۵ و ۳ متشابه است. مقدار x را بیابید. (سمان)

$$\frac{10}{5} = \frac{x}{3} \quad \times 3 \quad \Rightarrow \quad x = 6$$

پ) مستطیلی به طول ۱۵ و عرض ۶ با مستطیل دیگری به طول ۵ و x متشابه است. مقدار x را بیابید. (شهرستانهای تهران)

$$\frac{15}{5} = \frac{6}{x} \quad \div 3 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

ت) دو مربع متشابه هستند و نسبت تشابه آنها $\frac{3}{4}$ است. اگر ضلع مربع بزرگتر ۱۵cm باشد. ضلع مربع کوچکتر چقدر است؟

(قزوین)

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{15} \Rightarrow x = \frac{3 \times 15}{4} = \frac{45}{4}$$

ث) دو لوزی متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها $\frac{3}{5}$ است اگر ضلع لوزی کوچک ۱۵cm باشد اندازه ضلع لوزی بزرگ چقدر است؟ (آذربایجان شرقی-سمان)

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = 5 \times 15 = 75$$

ج) دو لوزی متشابه‌اند و نسبت تشابه آنها $\frac{2}{3}$ اگر ضلع لوزی کوچکتر ۱۶cm باشد محیط لوزی بزرگتر را بدست آورید. (اردبیل)

$$\frac{2}{3} = \frac{16}{x} \Rightarrow x = 24$$

$$\text{محیط لوزی} = 24 \times 4 = 96$$

۱۰- الف) مقیاس نقشه‌ای ۱ به ۳۰۰۰ است، اگر فاصله دو نقطه در نقشه ۴cm باشد، فاصله آن‌ها در طبیعت چند کیلومتر

است؟ (هماهنگ مدارس خارج از کشور)

$$\frac{1}{3000} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 4 \times 3000 = 12000 \text{ cm} = 120 \text{ m} = 0.12 \text{ km}$$

ب) در یک نقشه مقیاس $\frac{1}{20000}$ است. اگر فاصله دو نقطه روی نقشه ۲ سانتی‌متر باشد، فاصله این دو نقطه در اندازه واقعی چند

سانتی‌متر است؟ (شهرستانهای تهران)

$$\frac{1}{20000} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 2 \times 20000 = 40000 \text{ cm}$$

پ) مقیاس نقشه‌ای ۳ به ۵۰۰۰۰۰ است. اگر فاصله دو نقطه در نقشه ۶cm باشد فاصله آن دو نقطه در واقعیت چقدر است؟

(مرکزی)

$$\frac{3}{500000} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 6 \times \frac{500000}{3} = 1000000 \text{ cm}$$

ت) در یک نقشه مقیاس $\frac{1}{100000}$ است، فاصله دو نقطه در نقشه ۴ متر است. فاصله واقعی این دو نقطه چند متر است؟ (قم)

$$\frac{1}{100000} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 4 \times 100000 = 400000 \text{ cm} = 4000 \text{ m} = 4 \text{ km}$$

ث) مقیاس نقشه‌ای ۱ به ۵۰۰۰ است، فاصله دو نقطه در نقشه ۴ سانتیمتر است. فاصله آن‌ها در طبیعت چند کیلومتر است؟

(مرکزی)

$$\frac{1}{5000} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 4 \times 5000 = 20000 \text{ cm} = 200 \text{ m} = 0.2 \text{ km}$$

ج) مقیاس نقشه‌ای ۱:۱۰۰۰ است. اگر فاصله دو نقطه در طبیعت ۳۰۰۰ سانتیمتر باشد، فاصله آن‌ها روی نقشه چقدر است؟

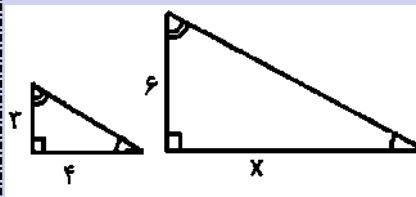
(پوشهر)

$$\frac{1}{1000} = \frac{x}{3000} \Rightarrow x = 3$$



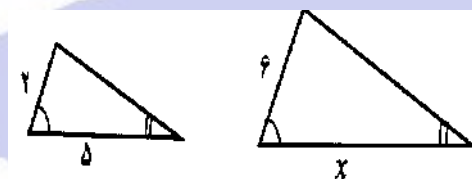
۱۱- در هر قسمت دو مثلث داده شده متشابه هستند، ابتدا نسبت تشابه دو مثلث را بنویسید، سپس مقدار x را بدست آورید.

الف) (آذربایجان شرقی)



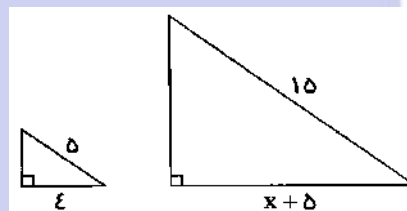
$$\frac{3}{4} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = \frac{4 \times 6}{3} = 8$$

ب) (تهران)



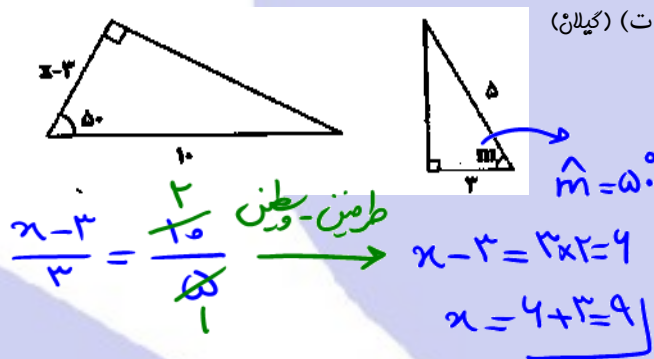
$$\frac{2}{5} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 5 \times 3 = 15$$

پ) (کرمان)



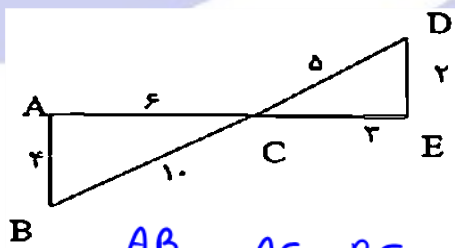
$$\frac{5}{8} = \frac{15}{x+5} \Rightarrow x+5 = \frac{15 \times 8}{5} = 24 \Rightarrow x = 24 - 5 = 19$$

ت) (گیلان)



$$\frac{x-3}{10} = \frac{3}{4} \Rightarrow x-3 = \frac{3 \times 10}{4} = 7.5 \Rightarrow x = 7.5 + 3 = 10.5$$

ث) (کردستان)



$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{EC} = \frac{BC}{CD} \Rightarrow \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{10}{5}$$

یادداشت:

$$\frac{DE}{AB} = \frac{EC}{AC} = \frac{CD}{BC} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10}$$

